

基于稀疏贝叶斯学习的时域流信号 鲁棒动态压缩感知算法

董道广, 芮国胜, 田文彪, 张 洋, 张海波

(海军航空大学信号与信息处理山东省重点实验室, 山东烟台 264001)

摘 要: 块效应和未知且时变的噪声强度会降低时域流信号动态稀疏重构的性能,为解决该问题,本文基于重叠正交变换和稀疏贝叶斯学习框架,提出一种对时域流信号进行动态压缩感知的鲁棒稀疏贝叶斯学习重构算法. 该算法在消除块效应的同时,能够处理噪声强度未知且时变情形下的动态稀疏重构问题,相比现有的流信号稀疏贝叶斯学习算法具有更强的抗噪鲁棒性. 尽管现有的时域流信号压缩感知的有效算法并不多,但实验表明,本文算法的重构信误比和重构成功率均明显高于现有的基于稀疏贝叶斯学习的流信号重构算法和基于 L1-同伦的流信号重构算法,且达到相同的重构成功率所需的观测数目少于另两种算法,计算量和运行效率则与稀疏贝叶斯学习算法相近.

关键词: 块效应; 流信号; 稀疏贝叶斯学习; 动态重构

中图分类号: TN911.73 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2020)05-0990-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2020.05.021

A Robust Dynamic Compressive Sensing Algorithm for Streaming Signals in Time Domain Based on Sparse Bayesian Learning

DONG Dao-guang, RUI Guo-sheng, TIAN Wen-biao, ZHANG Yang, ZHANG Hai-bo

(Signal and Information Processing Key Laboratory in Shandong, Navy Aviation University, Yantai, Shandong 264001, China)

Abstract: Performance of dynamic sparse recovery for streaming signals in time domain will degrade for the existence of blocking artifacts and unknown time-varying noise intensity. To solve the above problems, a robust sparse Bayesian learning algorithm for dynamic compressive sensing of streaming signals in time domain is proposed based on the framework of lapped orthogonal transform and sparse Bayesian learning. In addition to eliminating the blocking artifacts, the proposed algorithm handles dynamic sparse Bayesian learning problems effectively under conditions of unknown time-varying noise intensity, which has better robustness against existing sparse Bayesian learning algorithms for streaming signals. Though there are not many existing effective algorithms for compressed sensing of streaming signals, experiments show that the proposed algorithm has obviously larger reconstruction signal-to-noise ratio and higher success rates for reconstruction than existing recovery algorithms for streaming signals based on sparse Bayesian learning or L1-homotopy; also, the measurement number required for particular success rates is obviously less than that of the other two algorithms, the computation cost and running time is approximately the same with the existing sparse Bayesian learning algorithm.

Key words: blocking artifacts; streaming signals; sparse Bayesian learning; dynamic reconstruction

1 引言

在处理连续观测的时域流信号时,传统压缩感知受到两个不利因素的影响:首先,分块信号变换域编码后出现块效应;其次,信号稀疏度和观测噪声强度的未知性和时变性. 尽管此前已有基于 Kalman 滤波^[1-3]和近似消息传递^[4-8](Approximate Message Passing, AMP)的算法在动态稀疏重构领域取得了丰富的研究成果,

但这些算法无法直接应用于时域上压缩观测的流信号情形. 所以解决时域流信号的压缩感知问题,具有重要的理论研究和工程应用价值.

重叠正交变换^[9-12](Lapped Orthogonal Transform, LOT)是一种能够消除块效应的稀疏表示方法. 早前,文献[9]提出一种基于 L1-同伦的流信号压缩感知算法,在一定程度上消除了块效应,但该算法需要对模型参数作初始调节,因此自适应性不强,在信号稀疏度和噪

声强度未知且时变的复杂条件下,鲁棒性面临挑战.文献[10]基于 LOT 变换提出一种稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian Learning, SBL)算法,该算法较好消除了块效应,无需调节模型参数,抑制误差传播的能力也较 L1-同伦算法有明显增强,但需要假设噪声方差已知且不随时间变化,因此适用性大受局限.

鉴于上述存在的问题,本文基于 SBL^[13-16] 理论框架,提出一种具有抗噪声鲁棒性的流信号重构算法(Robust-SBL, R-SBL).首先,采用已估计获得的信号系数的降阶条件后验分布去近似当前时刻的条件后验分布,提高了对先前时刻重构不确定性的建模合理性,使算法对误差传播的抑制能力较文献[10]的方法获得了明显的增强;其次,对观测噪声精度进行边缘积分,避免了对噪声精度的估计,有效削弱了时变噪声精度的估计误差对信号重构产生的不利影响;最后,通过数学推导,获得了算法中关键变量的快速优化更新公式.本文使用基于实测气象数据诊断获得的海上蒸发波导高度(Evaporation Duct Height, EDH)历史预测数据进行算法性能验证,实验结果表明,本文算法在付出与文献[10]算法相近的计算开支条件下,获得了明显高于文献[9, 10]算法的重构信误比(Signal-to-Error Ratio, SER)和重构成功率(Success Rate, SR),且达到同等成功率所需的观测数目更少.

2 系统建模及问题描述

假设分块处理后的时域流信号及其 LOT^[11] 变换系数分别为 $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^N$ 和 $\mathbf{w}_t \in \mathbb{R}^N (\forall t)$. 本文根据文献[10]构建了图 1 所示的观测滑窗,并在图中定义了当前 t 时刻的某些变量.由于当前滑窗的观测向量 $\tilde{\mathbf{y}}_t$ 仅供 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 的重构所用,因此感知矩阵 \mathbf{U} 被分割成 $\hat{\mathbf{U}}$ 和 $\bar{\mathbf{U}}$,观测方程式(1)可以等效地写成式(2). LOT 系数 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 和噪声 $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t$ 分别服从式(3)(4)的先验分布,式(5)是噪声精度 α_0 (即噪声方差 σ^2 的倒数)的先验分布, $\alpha_{\tau,i}$ 是和系数 $w_{\tau,i}$ 精度有关的超参数,仿照图 1 中的 \mathbf{w}_t , $\bar{\mathbf{w}}_t$, $\tilde{\mathbf{w}}_t$, 定义 $\boldsymbol{\alpha}_\tau = [\alpha_{\tau,1}, \dots, \alpha_{\tau,N}]^T$, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t = [\alpha_{t-d}^T, \dots, \alpha_{t+1}^T]^T$ 和 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_t = [\alpha_{t-2d-1}^T, \dots, \alpha_{t+1}^T]^T$. 随后,把 $\tilde{\mathbf{y}}_t$ 的似然分布表示为式(6)的关于 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 的高斯分布形式,为了抑制 $\hat{\mathbf{w}}_t$ 的重构误差造成的误差累积效应,将 $\hat{\mathbf{w}}_t$ 的重构不确定性度量,即条件均值 $E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 和方差 $V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$, 引入均值 $\boldsymbol{\eta}_t$ 和方差 $\boldsymbol{\Omega}_t$ 中.

$$\tilde{\mathbf{y}}_t = \mathbf{U} \bar{\mathbf{w}}_t + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_t = \hat{\mathbf{U}} \hat{\mathbf{w}}_t + \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{w}}_t + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t \quad (2)$$

$$p(\bar{\mathbf{w}}_t) = \prod_{\tau=i-d}^{i+1} \prod_{i=1}^N N(w_{\tau,i} | 0, \alpha_0^{-1} \alpha_{\tau,i}^{-1}) \quad (3)$$

$$p(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t) = N(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t | \mathbf{0}, \alpha_0^{-1} \mathbf{I}_{M(2d+2)}) \quad (4)$$

$$p(\alpha_0) = \text{Gamma}(\alpha_0 | a, b) \quad (5)$$

$$p(\tilde{\mathbf{y}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t, \alpha_0) = N(\tilde{\mathbf{y}}_t | \boldsymbol{\eta}_t, \boldsymbol{\Omega}_t) \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\eta}_t = \hat{\mathbf{U}} \cdot E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t) + \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{w}}_t \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_t = \hat{\mathbf{U}} \cdot V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t) \cdot \hat{\mathbf{U}}^T + \alpha_0^{-1} \mathbf{I}_{M(2d+2)} \quad (8)$$

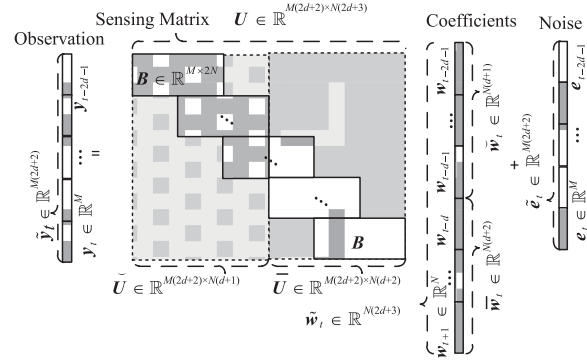


图1 t 时刻的滑窗观测系统

由于此时 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 尚未获得重构, $E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 和 $V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 无法直接计算. 文献[10]提出一种折中方案,用 $t-1$ 时刻的 $E(\hat{\mathbf{w}}_{t-1} | \bar{\mathbf{w}}_{t-1})$ 和 $V(\hat{\mathbf{w}}_{t-1} | \bar{\mathbf{w}}_{t-1})$ 分别近似 $E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 和 $V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$, 这造成两个问题,首先,强行用 $\tilde{\mathbf{w}}_{t-1}$ 近似 $\hat{\mathbf{w}}_t$ 的后验分布,可行性和近似精度均明显存疑;其次,噪声方差无法实时估计,需要假设它已知,且不随时间变化,致使算法的适用性大受局限.

3 鲁棒稀疏贝叶斯学习算法

3.1 提高算法鲁棒性的措施

由于 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1} = [\boldsymbol{\alpha}_{t-2d-2}^T, \dots, \boldsymbol{\alpha}_{t-d-2}^T]^T$ 已经分别在 $t-1$ 及更早的时刻估计获得,利用 $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1} = [\hat{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}^T, \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}^T]^T$ 可以计算出式(9)的 $\tilde{\mathbf{w}}_{t-1} = [\hat{\mathbf{w}}_{t-1}^T, \bar{\mathbf{w}}_{t-1}^T]^T$ 的高斯后验. 定义 $\hat{\mathbf{w}}_t = [\mathbf{w}_{t-d}^T, \dots, \mathbf{w}_t^T]^T$ 和 $\bar{\mathbf{w}}_t \triangleq [\hat{\mathbf{w}}_t^T, \bar{\mathbf{w}}_t^T]^T$, 可得式(12)所示的 $\hat{\mathbf{w}}_t$ 和 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 的联合后验分布,其中均值 $\boldsymbol{\mu}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}}$ 即 $\boldsymbol{\mu}_{t-1}^{\tilde{\mathbf{w}}}$ 去掉前 N 个元素后的子向量,方差中的 $\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}}$ 即 $\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{\tilde{\mathbf{w}}}$ 右下角的 $N(2d+2)$ 阶子矩阵. 按式(13)和(14)分别对 $\boldsymbol{\mu}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}}$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}}$ 进行分块处理,其中 $\boldsymbol{\mu}_a^{t-1}, \boldsymbol{\mu}_b^{t-1} \in \mathbb{R}^{N(d+1)}$, $\boldsymbol{\Sigma}_{aa}^{t-1}, \boldsymbol{\Sigma}_{bb}^{t-1} \in \mathbb{R}^{N(d+1) \times N(d+1)}$, 可以获得 $\hat{\mathbf{w}}_t$ 关于 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 的条件高斯分布,均值 $E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 和方差 $V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 分别为式(14)(15). 本文用 $E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 和 $V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 分别近似 $E(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$ 和 $V(\hat{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{w}}_t)$, 相比文献[10],这种做法显然更为合理.

$$p(\tilde{\mathbf{w}}_{t-1} | \tilde{\mathbf{y}}_{t-1}) = N(\tilde{\mathbf{w}}_{t-1} | \boldsymbol{\mu}_{t-1}^{\tilde{\mathbf{w}}}, \boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{\tilde{\mathbf{w}}}) \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}} = (\mathbf{U}^T \mathbf{U} + \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_{t-1})^{-1} \mathbf{U}^T \tilde{\mathbf{y}}_t \quad (10)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}} = \alpha_0^{-1} \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{t-1}^{\bar{\mathbf{w}}} = \alpha_0^{-1} (\mathbf{U}^T \mathbf{U} + \tilde{\boldsymbol{\Lambda}}_{t-1})^{-1} \quad (11)$$

$$p(\mathbf{w}'_{t-1} | \bar{\mathbf{y}}_{t-1}) = N(\mathbf{w}'_{t-1} | \boldsymbol{\mu}'_{t-1}, \boldsymbol{\alpha}_0^{-1} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{t-1}) \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\mu}'_{t-1} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}'_{a,t-1} \\ \boldsymbol{\mu}'_{b,t-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Sigma}'_{t-1} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{aa,t-1} & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} \\ \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ba,t-1} & \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$E(\widehat{\mathbf{w}}_t | \widehat{\mathbf{w}}_t) = \boldsymbol{\mu}'_{a,t-1} + \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1})^\dagger (\widehat{\mathbf{w}}_t - \boldsymbol{\mu}'_{b,t-1}) \quad (14)$$

$$V(\widehat{\mathbf{w}}_t | \widehat{\mathbf{w}}_t) = \boldsymbol{\alpha}_0^{-1} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{aa,t-1} - \boldsymbol{\alpha}_0^{-1} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1})^\dagger \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ba,t-1} \quad (15)$$

将式(14)代入式(7)可得式(16)所示的 $\boldsymbol{\eta}_t$. 通过在 $\widehat{\mathbf{U}} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1})^\dagger$ 右侧添加零矩阵 $\mathbf{0} \in \mathbb{R}^{M(2d+2) \times N}$ 构成增广矩阵 $\bar{\mathbf{F}}_t$, 并借助式(18)定义的等效感知矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$, 可得式(19)所示的 $\boldsymbol{\eta}_t$ 和 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 之间的线性关系式. 将式(15)代入式(8), 可得式(20)所示的 $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_t$.

$$\boldsymbol{\eta}_t = \bar{\boldsymbol{\eta}}_t + \widehat{\mathbf{U}} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1})^\dagger \widehat{\mathbf{w}}_t + \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{w}}_t \quad (16)$$

$$\bar{\boldsymbol{\eta}}_t = \widehat{\mathbf{U}} [\boldsymbol{\mu}'_{a,t-1} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1})^\dagger \boldsymbol{\mu}'_{b,t-1}] \quad (17)$$

$$\boldsymbol{\Psi} = \bar{\mathbf{F}}_t + \bar{\mathbf{U}} \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\eta}_t = \boldsymbol{\Psi} \bar{\mathbf{w}}_t + \bar{\boldsymbol{\eta}}_t \quad (19)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}}_t = \boldsymbol{\alpha}_0^{-1} \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t \quad (20)$$

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}}_t = \mathbf{I}_{M(2d+2)} + \widehat{\mathbf{U}} [\boldsymbol{\Sigma}'_{aa,t-1} - \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ab,t-1} (\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{bb,t-1})^\dagger \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_{ba,t-1}] \widehat{\mathbf{U}}^\top \quad (21)$$

定义 $\bar{\mathbf{A}}_t \triangleq \text{diag}(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t)$, $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_t \triangleq (\boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\Psi} + \bar{\mathbf{A}}_t)^{-1}$ 和 $\bar{\mathbf{y}}_t \triangleq \bar{\mathbf{y}}_t - \bar{\boldsymbol{\eta}}_t$, 可得式(22)的 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 的后验分布. 从式(23)和(24)可见, 均值 $\boldsymbol{\mu}_t^w$ 的计算不涉及 $\boldsymbol{\alpha}_0$, 方差 $\boldsymbol{\Sigma}_t^w$ 中的 $\boldsymbol{\alpha}_0$ 也被以因子的形式分解出来, 这得益于本文在式(3)中为 $\bar{\mathbf{w}}_t$ 赋予的先验分布和式(14)(15)中对 $E(\widehat{\mathbf{w}}_t | \widehat{\mathbf{w}}_t)$ 和 $V(\widehat{\mathbf{w}}_t | \widehat{\mathbf{w}}_t)$ 的特殊近似方法. 本文将 $\boldsymbol{\alpha}_0$ 边缘积分, $\bar{\mathbf{w}}_t$ 的后验分布变成稀疏性更强的 t -分布, 此时 $\boldsymbol{\mu}_t^w$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_t$ 恰恰分别是 t -分布的均值和形状矩阵; 同时, $\boldsymbol{\alpha}_0$ 的估计可以省略, 使得本文算法在噪声方差时变条件下的适用性大大提高.

$$p(\bar{\mathbf{w}}_t | \bar{\mathbf{y}}_t, \boldsymbol{\alpha}_0, \bar{\boldsymbol{\alpha}}_t) = N(\bar{\mathbf{w}}_t | \boldsymbol{\mu}_t^w, \boldsymbol{\Sigma}_t^w) \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\mu}_t^w = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_t \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \bar{\mathbf{y}}_t \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t^w = \boldsymbol{\alpha}_0^{-1} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}'_t = \boldsymbol{\alpha}_0^{-1} (\boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\Psi} + \bar{\mathbf{A}}_t)^{-1} \quad (24)$$

表 1 算法 1 中涉及到的快速更新公式

添加原子 $\boldsymbol{\psi}_j$	删除原子 $\boldsymbol{\psi}_j$	维持原子 $\boldsymbol{\psi}_j$	注解
$2\Delta L = \log[\bar{\alpha}_j / (\bar{\alpha}_j + s_j)]$ $\hat{\boldsymbol{\Sigma}} \log[1 - (q_j^2/g_j) / (\bar{\alpha}_j + s_j)]$ $\bar{\boldsymbol{\mu}}_t^w = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Sigma}_{11} & \boldsymbol{\Sigma}_{12} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{21} & \boldsymbol{\Sigma}_{22} \end{bmatrix}$ $\bar{\boldsymbol{\mu}}_t^w = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mu}_t^w - \mu_j \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_j^\top \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\psi}_j \\ \mu_j \end{bmatrix}$ $\bar{S}_m = S_m - \boldsymbol{\Sigma}_{jj}^\top (\boldsymbol{\Psi}^\top \boldsymbol{e}_j)^\top$ $\bar{Q}_m = Q_m - \mu_j \boldsymbol{\Psi}_m^\top \boldsymbol{e}_j$ $\bar{G} = G - \boldsymbol{\Sigma}_{jj}^\top (\mathbf{y}_t^\top \boldsymbol{e}_j)$	$2\Delta L = -\hat{\alpha} \log[1 + (Q_j^2/G) / (\alpha_j - S_j)]$ $-\log(1 - S_j/\alpha_j)$ $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w - \boldsymbol{\Sigma}_j \boldsymbol{\Sigma}_j^\top / \boldsymbol{\Sigma}_{jj}$ $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w - \mu_j \boldsymbol{\Sigma}_j / \boldsymbol{\Sigma}_{jj}$ $\bar{S}_m = S_m + (\boldsymbol{\Sigma}_j^\top \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\psi}_m)^2 / \boldsymbol{\Sigma}_{jj}$ $\bar{Q}_m = Q_m + \mu_j \boldsymbol{\Sigma}_j^\top \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\psi}_m / \boldsymbol{\Sigma}_{jj}$ $\bar{G} = G + (\boldsymbol{\Sigma}_j^\top \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \mathbf{y}_t) / \boldsymbol{\Sigma}_{jj}$	$2\Delta L = (\hat{\alpha} - 1) \log[1 + S_j(\bar{\alpha}_j^{-1} - \alpha_j^{-1})]$ $+\hat{\alpha} \log \frac{[(\alpha_j + s_j)g_j - q_j^2] \bar{\alpha}_j}{[(\bar{\alpha}_j + s_j)g_j - q_j^2] \alpha_j}$ $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w - \gamma_j \boldsymbol{\Sigma}_j \boldsymbol{\Sigma}_j^\top$ $\bar{\boldsymbol{\mu}}_t^w = \bar{\boldsymbol{\mu}}_t^w - \gamma_j \mu_j \boldsymbol{\Sigma}_j$ $\bar{S}_m = S_m + \gamma_j (\boldsymbol{\Psi}^\top \boldsymbol{\psi}_m)^\top$ $\bar{Q}_m = Q_m + \gamma_j \mu_j \boldsymbol{\Sigma}_j^\top \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\psi}_m$ $\bar{G} = G + \gamma_j (\boldsymbol{\Psi}^\top \mathbf{y}_t)^\top$	加情形: $\mu_j = \boldsymbol{\Sigma}_{jj} Q_j, \boldsymbol{\Sigma}_{jj} = (\hat{\alpha} + S_j) - 1$, $\boldsymbol{\Sigma}_{11} = \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w + \boldsymbol{\Sigma}_{jj} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\psi}_j \boldsymbol{\psi}_j^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\Psi} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w$ $\boldsymbol{\Sigma}_{12} = -\boldsymbol{\Sigma}_{jj} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\psi}_j$, $\boldsymbol{\Sigma}_{22} = \boldsymbol{\Sigma}_{jj}, \boldsymbol{\Sigma}_{21} = -\boldsymbol{\Sigma}_{jj} \boldsymbol{\psi}_j^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\Psi} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w$, $\boldsymbol{e}_j = (\hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} - \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1} \boldsymbol{\Psi} \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w \boldsymbol{\Psi}^\top \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t^{-1}) \boldsymbol{\psi}_j$. $\boldsymbol{\Sigma}_j$ 是 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w$ 的第 j 个对角元素, $\boldsymbol{\Sigma}_j^\top$ 是 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w$ 的第 j 列, μ_j 是 $\boldsymbol{\mu}_t^w$ 的第 j 个元素 $\boldsymbol{\Sigma}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j^\top$ 和 μ_j 与删除情形相同, $\gamma_j = [\boldsymbol{\Sigma}_{jj} + (\bar{\alpha}_j - \alpha_j)^{-1}]^{-1}$

3.2 算法总结

算法 1 鲁棒稀疏贝叶斯学习算法 (R-SBL)

step1: 输入 $\bar{\mathbf{y}}_t, \mathbf{U}, \boldsymbol{\mu}_{t-1}^w, \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_{t-1}^w, \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}$ 和收敛阈值 $\varepsilon = 10^{-5}$;
 step2: 执行 (a) ~ (d) 的初始化
 (a) 通过式(17)(18)(21) 计算 $\bar{\boldsymbol{\eta}}_t, \boldsymbol{\Psi}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_t$;
 (b) 将 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t$ 的 $\alpha_{t-d}, \dots, \alpha_t$ 初始化为 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{t-1}$ 中相应的估计值;
 (c) 通过式(23)(24) 计算 $\boldsymbol{\mu}_t^w$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w$;
 (d) 通过式(30) 计算全部 S_m, Q_m 和 G ;
 step3: 通过式(32) 和(29) 计算所有的 θ_m, s_m, q_m 和 g_m ;
 step4: 按照表 1 计算所有的 ΔL_m , 若 $\forall m$ 满足
 $\Delta L_m < \varepsilon$, 跳转到 step10, 否则执行 step5;
 step5: 选择最大的 ΔL_m 所对应的 α_m 作为优化对象;
 step6: 若 $\theta_m > 0$ 且 $\alpha_m = \infty$, 添加 $\boldsymbol{\psi}_m$, 更新 $\alpha_m = \theta_m$,
 根据表 1 更新 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w, \boldsymbol{\mu}_t^w, S_m, Q_m (\forall m)$ 和 G ;
 step7: 若 $\theta_m \leq 0$ 且 $\alpha_m < \infty$, 剔除 $\boldsymbol{\psi}_m$, 更新 $\alpha_m = \infty$,
 根据表 1 更新 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w, \boldsymbol{\mu}_t^w, S_m, Q_m (\forall m)$ 和 G ;
 step8: 若 $\theta_m > 0$ 且 $\alpha_m < \infty$, 维持 $\boldsymbol{\psi}_m$, 更新 $\alpha_m = \theta_m$,
 根据表 1 更新 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w, \boldsymbol{\mu}_t^w, S_m, Q_m (\forall m)$ 和 G ;
 step9: 跳转到 step3;
 step10: 算法停止, 输出并存储 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t$, 通过式(23)(24) 计算 $\boldsymbol{\mu}_t^w$ 和 $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_t^w$ 并将其输出.

综上, 问题退化为从式(25)的观测 $\bar{\mathbf{y}}_t$ 中重构 $\bar{\mathbf{w}}_t$, 可采用 FMLM 算法解决. 式(27) 给出了本文的目标函数, 其中 $\bar{\mathbf{a}} = 2\mathbf{a} + M(2d+2)$, $\bar{\mathbf{C}} = \hat{\boldsymbol{\Omega}}_t + \boldsymbol{\Psi} \bar{\mathbf{A}}_t^{-1} \boldsymbol{\Psi}^\top$, $\boldsymbol{\Psi} = [\boldsymbol{\psi}_1, \dots, \boldsymbol{\psi}_{N(d+2)}]$, $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t = [\alpha_1, \dots, \alpha_{N(2d+2)}]$. 借助式(28) ~ (30) 所定义的中间变量 $\bar{\mathbf{C}}_{-j}, s_j, q_j, g_j, S_j, Q_j$ 和 $G, L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t)$ 被分解为式(31) 所示的各 $l(\alpha_j)$ 的加和, 任意 $l(\alpha_j)$ 包含了原子 $\boldsymbol{\psi}_j$ 对 $L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t)$ 的全部贡献, 因此 $L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_t)$ 的最大化意味着各 $l(\alpha_j)$ 的最大化. 利用坐标上升法关于 α_j 求 $l(\alpha_j)$ 的最大化, α_j 的更新公式为式(32), 其中有限解被简记为 θ_j . 表 1 给出了全部快速更新公式, 算法 1 是本文算法的具体步骤.

$$\bar{\mathbf{y}}_i = \Psi \bar{\mathbf{w}}_i + \bar{\mathbf{e}}'_i \quad (25)$$

$$p(\bar{\mathbf{e}}'_i) = N(\bar{\mathbf{e}}'_i | 0, \alpha_0^{-1} \hat{\mathbf{\Omega}}_i) \quad (26)$$

$$L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i) = -\frac{1}{2} [\bar{a} \log(2b + \bar{\mathbf{y}}_i^T \bar{\mathbf{C}}^{-1} \bar{\mathbf{y}}_i) + \log |\bar{\mathbf{C}}|] + \text{const} \quad (27)$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{-j} = \hat{\mathbf{\Omega}}_i + \sum_{k \neq j} \alpha_k^{-1} \boldsymbol{\psi}_k \boldsymbol{\psi}_k^T \quad (28)$$

$$s_j = \boldsymbol{\psi}_j^T \bar{\mathbf{C}}_{-j}^{-1} \boldsymbol{\psi}_j, q_j = \boldsymbol{\psi}_j^T \bar{\mathbf{C}}_{-j}^{-1} \bar{\mathbf{y}}, g_j = \bar{\mathbf{y}}_i^T \bar{\mathbf{C}}_{-j}^{-1} \bar{\mathbf{y}} + 2b \quad (29)$$

$$S_j = \boldsymbol{\psi}_j^T \bar{\mathbf{C}}^{-1} \boldsymbol{\psi}_j, Q_j = \boldsymbol{\psi}_j^T \bar{\mathbf{C}}^{-1} \bar{\mathbf{y}}, G = \bar{\mathbf{y}}_i^T \bar{\mathbf{C}}^{-1} \bar{\mathbf{y}} + 2b \quad (30)$$

$$l(\alpha_j) = -\frac{1}{2} \left[\bar{a} \log \left(1 - \frac{q_j^2/g_j}{\alpha_j + s_j} \right) + \log(1 + \alpha_j^{-1} s_j) \right] \quad (31)$$

$$\alpha_j = \begin{cases} \frac{s_j(s_j - q_j^2/g_j)}{\bar{a}q_j^2/g_j - s_j}, & \text{if } \frac{s_j(s_j - q_j^2/g_j)}{\bar{a}q_j^2/g_j - s_j} > 0 \\ \infty, & \text{else} \end{cases} \quad (32)$$

3.3 算法收敛性及复杂度的理论分析

本文的核心工作是 3.1 节为提高算法鲁棒性所采取的一系列措施,产物就是式(25)的等效观测方程,而算法实现的具体策略则是在式(25)的基础上沿用 Tipping 的 FMLM 算法框架. 该算法框架的核心是关于参数 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$ 求式(27)目标函数 $L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i)$ 的最大化,也就是文献[13]所称的 Type-II 最大似然机制. 如式(33)所示, $L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i)$ 是通过对边缘似然 $p(\bar{\mathbf{y}} | \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i)$ 取对数获得的,对数函数的非凹性保证了优化过程理论上可以获得 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$ 的全局最大值估计.

$$L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i) = \log p(\bar{\mathbf{y}}_i | \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i)$$

$$\log \left[\int_{\mathbf{w}_i} \int_{\alpha_0} p(\bar{\mathbf{y}}_i, \bar{\mathbf{w}}_i | \alpha_0, \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i) d\alpha_0 d\bar{\mathbf{w}}_i \right] \quad (33)$$

尽管在 $L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i)$ 被分解为各 $l(\alpha_j)$ 的加和后,式(32)基于坐标上升法获得的只是 α_j 的局部最大值估计,但算法 1 的贪婪策略保证了每次加入模型中的原子都能产生最大的 $L(\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i)$ 值增量,这使得算法能够以最少的迭代次数收敛并获得 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$ 的最稀疏估计. 由于 SBL 类算法的重构结果具有最稀疏性和全局最优性的统一性,因此 FMLM 算法获得的 $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$ 实际是一个很接近全局最优估计的局部最优估计. 事实上, FMLM 算法的收敛性有成熟的理论保证和丰富的文献支撑^[13,14],以供感兴趣的读者参考,本文不再额外详细证明.

与文献[10]的 SBL 算法相比,本文算法在计算量方面的区别主要体现在式(32)对 α_j 的更新公式和迭代过程中增加了式(30)对 G 的计算,根据算法 1 的步骤,step2 的初始化过程计算量为 $O(d^2NM + dMS_b + S_b^2 + d^2S_bM^2 + dN)$,其中 S_b 是当前确认存在的模型中基向量的数目,step4 至 step8 过程中每完成一次基向量的添加、剔除或更新操作视为完成一次迭代,那么根据 3.3 小节的快速更新公式可知,每次迭代的计算量为

$O(S_a^3 + dMS_a^2 + d^2S_aM^2 + d^2S_bM^2 + d^2S_aMN)$,所以本文算法计算量与 SBL 算法理论上是相同的量级.

4 实验结果与分析

采用海上蒸发波导^[17,18]高度 (Evaporation Duct Height, EDH) 的历史诊断数据作为实验数据,验证所提算法的有效性和可靠性. 该实验数据是基于国家气象局布设在青岛崂山海域的气象浮标观测所得历史气象数据,经 Babin^[19,20] 预测模型计算获得,时间分辨率为 1h,地理坐标为 36.1667°N, 121.165°E,时间范围为 2017 年 6 月 17 日 00 时至 2017 年 8 月 15 日 23 时. 感知矩阵按照文献[10]生成,并根据 LOT 变换相关文献[11]的建议,将分块长度取为 $N = 32$,以消除 LOT 变换中的不连续性并减小观测时间延迟. 在式(4)中,噪声强度由噪声精度 α_0 控制,根据信噪比 (Signal-to-Noise Ratio, SNR) 与噪声方差 σ^2 的关系式 $\text{SNR} = 10 \log(\|\bar{\mathbf{y}}_i\|_2^2 / M\sigma^2)$,不同时刻间 $\|\bar{\mathbf{y}}_i\|_2^2$ 值的不同会造成相应 α_0 值的不同,因此本文通过设定某个固定的 SNR 水平,实现 α_0 值的时变性建模. 参与比较的算法分别是文献[9,10]的算法,分别简记为 L1 算法和 SBL 算法,前者采用原文献的参数设置,后者直接使用真实的 α_0 值. 实验过程中设定了 0.25 至 0.55 共七种压缩比 (Compressed Ratio, CR) (即 M/N) 条件,以及 15dB 至 33dB 共七种 SNR 条件. 性能指标采用重构信误比 (Signal-to-Error Ratio, SER) 和重构成功率 (Success Rates, SR),分别定义如下,

$$\text{SER} = 10 \log(\|\mathbf{x}\|_2^2 / \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2) \quad (34)$$

$$\text{SR} = \frac{\#\{i: 10 \log(\|\mathbf{x}_i\|_2^2 / \|\mathbf{x}_i - \hat{\mathbf{x}}_i\|_2^2) > \rho\}}{\#\{\mathbf{x}\}} \quad (35)$$

其中,向量 \mathbf{x} 是真实信号, $\hat{\mathbf{x}}$ 是重构信号, \mathbf{x}_i 是信号 \mathbf{x} 的第 i 个元素,符号 $\#$ 表示计算花括号内集合的元素数目, ρ 是一个人为设定的阈值,单位为 dB,本文取 $\rho = 30$,即 0.1% 的相对误差,此时 SR 等价于 SER 高于 30dB 的元素占信号元素总数的比例.

图 2 是在 SNR = 30dB 和 CR = 0.5 的条件下,由 500 次独立实验取平均获得的 R-SBL、SBL、L1 和基于分块 DCT 变换的 SBL 算法 (DCT-SBL) 的 EDH 重构结果. 从图中可见, DCT-SBL 算法的重构效果最差, L1 和 SBL 算法在 600 ~ 1000h 时间段内的重构结果均与真实信号间存在相对明显的偏差,本文 R-SBL 算法的重构结果与真实信号拟合效果最好. 图 3 是 EDH 信号在 LOT 和 DCT 变换域的能量分布情况,从中可见两种能量分布具有稀疏度相似的脉冲情形,500 ~ 1000h 范围内的 EDH 起伏较为剧烈,其变换域能量分布的稀疏性随之急剧恶化,因此该时间段内信号重构误差较大,这解释了图 2 的现象.

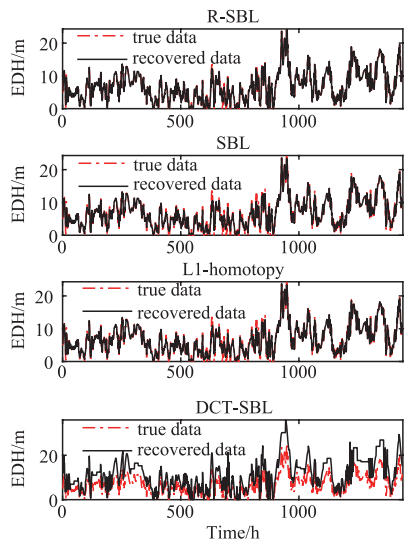


图2 SNR=30dB,CR=0.5条件下EDH重建的对比性结果

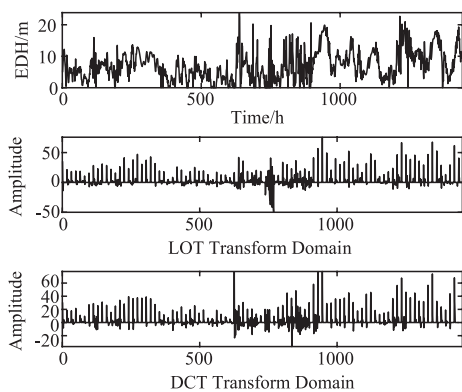


图3 EDH信号及其在LOT和DCT变换域的能量分布

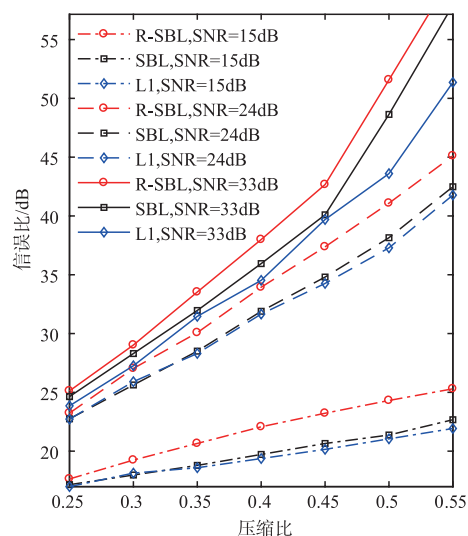


图4 不同压缩比条件下的重构信噪比

图4是R-SBL,SBL和L1算法的重构信噪比随压缩比变化的情况.观察图4可见,在特定的信噪比下,三种算法的重构信噪比都随压缩比的增大而增大,表

明增加观测数目有助于提高重构精度.同时,当信噪比较低时,即便增加观测数目仍不能获得高重构信噪比,这是因为较强的噪声会降低信号在变换域的稀疏度,从图中可以看出,随着信噪比增大到24dB并进一步增大到33dB,三种算法的重构信噪比都获得显著的提升,但无论信噪比高或低,R-SBL算法的重构信噪比始终明显高于SBL算法和L1算法.

图5是三种算法的重构信噪比随信噪比变化的情况.观察图5可见,在特定的压缩比下,三种算法的重构信噪比都随信噪比的增大而增大,表明提升信噪比有助于提高重构精度.但若压缩比过低,观测数目过少,即便高信噪比也不能换来高重构信噪比,需要适当地增大压缩比,才能实现重构信噪比的显著提升,但无论压缩比高或低,R-SBL算法的重构信噪比仍始终明显高于SBL算法和L1算法.

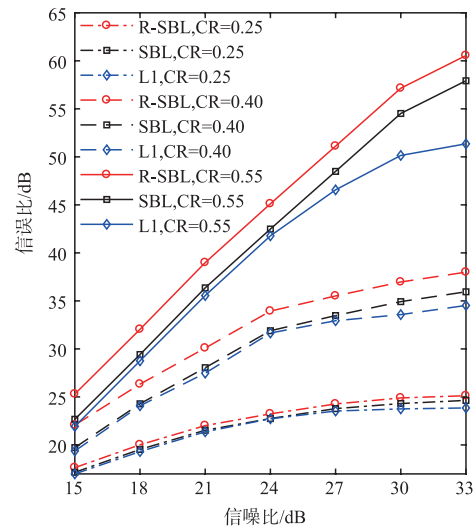


图5 不同信噪比条件下的重构信噪比

图6是R-SBL,SBL和L1算法的重构成功率随压缩比变化的情况.观察图6可见,在特定的信噪比下,三种算法的重构成功率都随压缩比的增大而增大,表明增加观测数目有助于提高重构成功的概率.随着信噪比增大到24dB,三种算法的重构成功率都获得显著的提升,此时R-SBL算法在0.4压缩比下的成功率就已经达到0.9.随着信噪比进一步增大到33dB时,三种算法重构成功率的提升虽不像之前那样显著,但在高压比区间都已超过0.9.从图6还可以看出,R-SBL算法达到特定重构成功率所需的观测数目少于另外两种算法,且无论何种信噪比条件,R-SBL算法的重构成功率都高于另外两种算法.

图7是三种算法的重构成功率随信噪比变化的情况.观察图7可见,在特定的压缩比下,三种算法的重构信噪比都随信噪比的增大而增大,但增大的幅度不

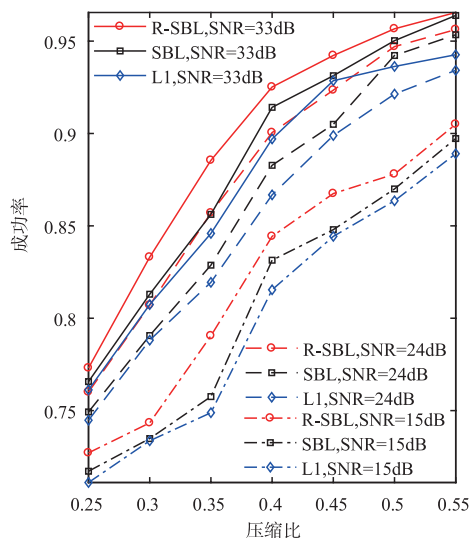


图6 不同压缩比条件下的重构成功率

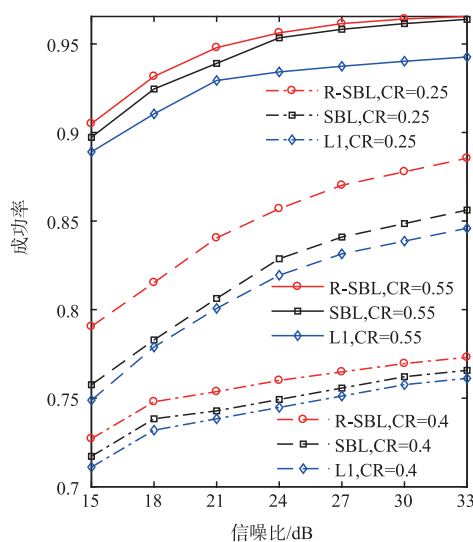


图7 不同信噪比条件下的重构成功率

像图6那样显著,这说明三种算法的重构成功率对压缩比更敏感.图7中,当 $CR=0.25$ 或 $CR=0.4$ 时,即便信噪比达到33dB,三种算法的重构成功率始终低于0.9,而在 $CR=0.55$ 时,即便信噪比只有15dB,三种算法的重构成功率都已经接近或超过0.9.这表明在信噪比较低的不利条件下,增加观测数目,可以有效提高重构成功的概率.但无论何种压缩比条件,R-SBL算法的重构成功率始终高于另外两种算法,并且达到同等重构成功率所需的观测数目明显少于另两种算法.图4至图7的分析结果综合体现了R-SBL算法的抗噪鲁棒优势.

图8是三种算法的平均运行时间随信噪比变化的情况,其中就0.25和0.5两种压缩比条件也进行了对比.观察图8可知,无论哪种压缩比条件,R-SBL算法的

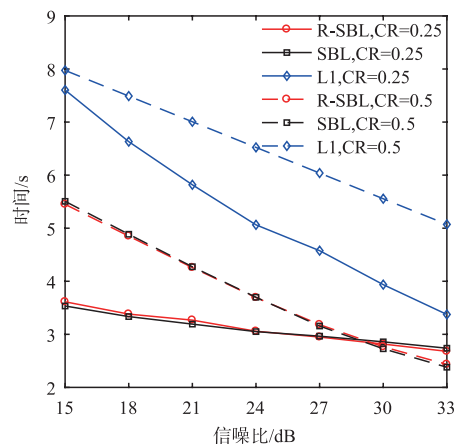


图8 不同信噪比条件下的平均运行时间

运行效率与SBL算法大致相当,这与前述对计算量的分析结论相吻合,并且这两种算法的运行效率都明显高于L1算法.总体而言,压缩比的减小会缩短各种算法的运行时间,这主要是因为每次迭代的计算量随 M 值减小而减小,即便实际重构性能并不理想,但达到收敛所需的运行时间确实获得缩短.从图8还可以看出,尽管随着信噪比的增大,三种算法的运行时间都缩短,但在低压缩比条件下,R-SBL和SBL算法的运行效率对信噪比的敏感度并不高,在高压缩比下,R-SBL和SBL算法的运行效率才随信噪比的增大而发生相对显著的提升,当信噪比高于30dB时,高压缩比条件下R-SBL和SBL算法的运行效率甚至超过这两种算法在低压缩比条件下的运行效率,结合图4至图7可知,这种效率的提升是伴随着重构精度的提升一同获得的,这进一步说明,算法的运行效率和重构精度对压缩比的敏感度高于对信噪比的敏感度.

5 总结

本文基于LOT变换和稀疏贝叶斯学习框架,提出一种时域流信号的鲁棒动态压缩感知算法.核心工作是围绕算法鲁棒性的提高采取了措施,通过对重构不确定性度量更为合理的近似策略,将噪声精度从信号估计过程中解耦,更好地抑制了误差传播,使算法在噪声强度未知且时变的条件下适用性得到提高,同时具备了更好的抗噪声鲁棒性.通过对海上蒸发波导高度的历史预测数据的重构实验,验证了本文算法在不同的观测信噪比和观测压缩比组合条件下,均具有相对SBL算法和L1-homotopy算法更高的重构信误比和重构成功率,且达到特定成功率所需的观测数目明显少于另两种算法,同时发现,本文算法的重构精度和运行效率对压缩比的敏感性更高,在信噪比较低的不利条件下,通过增加观测数目,可以有效提高本文算法的重构性能.

参考文献

- [1] Vaswani N. Kalman filtered compressed sensing [A]. 15th IEEE International Conference on Image Processing [C]. IEEE, 2008. 893 – 896.
- [2] Vaswani N. LS-CS-residual (LS-CS): Compressive sensing on least squares residual [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4108 – 4120.
- [3] Wang Y, Wipf D P, Chen W, et al. Exploiting the convex-concave penalty for tracking: A novel dynamic reweighted sparse Bayesian learning algorithm [A]. 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing [C]. IEEE, 2014. 3345-3349.
- [4] Donoho D L, Maleki A, Montanari A. Message passing algorithms for compressed sensing [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2009, 106(45): 18914.
- [5] Ziniel J, Potter L C, Schniter P. Tracking and smoothing of time-varying sparse signals via approximate belief propagation [A]. 11th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers [C]. IEEE, 2010. 808 – 812.
- [6] Ziniel J, Schniter P. Dynamic compressive sensing of time-varying signals via approximate message passing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(21): 5270 – 5284.
- [7] Goertz N, Hannak G. Fast Bayesian signal recovery in compressed sensing with partially unknown discrete prior [A]. Wsa International Itg Workshop on Smart Antennas [C]. VDE, 2017.
- [8] Li Z, Huang H, Misra S. Compressed sensing via dictionary learning and approximate message passing for multimedia internet of things [J]. IEEE Internet of Things Journal, 2016, 4(2): 505 – 512.
- [9] Asif M S, Romberg J. Sparse recovery of streaming signals using l_1 -homotopy [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(16): 4209 – 4223.
- [10] Wijewardhana U L, Codreanu M. A Bayesian approach for online recovery of streaming signals from compressive measurements [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 65(1): 184 – 199.
- [11] Malvar H S. The LOT: Transform coding without blocking effects [J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal, 1989, 37(4): 553 – 559.
- [12] Malvar H S. Signal Processing with Lapped Transforms [M]. Norwood, MA, USA: Artech House, 1992.
- [13] Tipping M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine [J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1(3): 211 – 244.
- [14] Tipping M E, Faul A. Fast marginal likelihood maximization for sparse Bayesian models [A]. Proc Int Workshop AI Statist [C]. USA; 2003. 3 – 6.
- [15] Zhang Z. Sparse signal recovery exploiting spatiotemporal correlation [D]. UC San Diego Electronic Theses and Dissertations, 2012.
- [16] Ji S, Dunson D, Carin L. Multi-task compressive sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(1): 92 – 106.
- [17] 田文彪, 等. 基于盲自适应 KLT 的蒸发波导压缩感知方法 [J]. 电子学报, 2018, 46(9): 22 – 28.
TIAN Wen-biao, et al. Compressed sensing of evaporation duct based on blind adaptive KLT estimation [J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(9): 22 – 28. (in Chinese)
- [18] 田文彪, 芮国胜, 王绍班, 等. 三维观测模型下蒸发波导时空态势压缩感知 [J]. 电波科学学报, 2014(2): 207 – 212.
- [19] 成印河, 何宜军, 李海艳. Babin 模式特征分析及应用 [J]. 海洋科学, 2008, 32(7).
- [20] 余贵水, 刘爱国, 杨云生. 蒸发波导诊断的 Babin 模型及其敏感性分析 [J]. 宇航计测技术, 2015(2): 53 – 56.

作者简介



董道广 男, 1990 年 9 月出生, 山东济南人. 海军航空大学信息与通信工程博士研究生, 主要研究方向为 Bayesian 统计学习和蒸发波导反演.
E-mail: sikongyu@yeah.net



芮国胜 男, 1968 年 3 月出生, 山东烟台人. 海军航空大学教授、博士生导师, 主要研究方向为混沌通信系统和现代滤波理论.
E-mail: ruigs@sina.com